

УДК: 539.219.2: 531.222

# О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ОСЛАБЛЕННОМ СЕЧЕНИИ КОМПАКТНОГО ОБРАЗЦА С КРАЕВОЙ ТРЕЩИНОЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ РАСТЯЖЕНИИ

САПРЫКИН Ю.В.<sup>1</sup>, ДУЙШЕНАЛИЕВ Т.Б.<sup>1</sup>, КОСТИН В.В.<sup>2</sup>, КУЛАКОВ В.С.<sup>1</sup><sup>1</sup>КГТУ им. И.Раззакова, г. Бишкек<sup>2</sup>ООО «АвиаТехСнаб», г. Новосибирск[izvestiya@ktu.aknet.kg](mailto:izvestiya@ktu.aknet.kg)

Проанализированы модели распределения напряжений в образцах с трещинами при внецентренном растяжении и разным характере поведения материала (упругом, квазиупругом, упругопластическом). Установлены формулы, позволяющие производить расчеты градиентов напряжений в сечениях с трещинами разных длин.

The models are analyzed a pressure in samples with cracks at eccentric a stretching and different character of behaviour material (elastic, quasi-elastic, elastoplastic). The formulas are established, that allowing to make calculations of gradients pressure in sections with cracks in different lengths.

Для построения диаграмм « $K_c - \sigma_n$ » конструкционной прочности [1] важно знать характер распределения напряжений  $\sigma_n$  в сечении с трещиной. При сосредоточенной растягивающей нагрузке, эксцентриситете и при пластическом поведении материала с трещиной распределение  $\sigma_n$  может быть исследовано (но только в ограниченных пределах [1]) с помощью известной модели «пластического шарнира» [2] (рис.1).

В соответствие с этой моделью можно записать следующие условия равновесия предельных сил и моментов:

$$P_c = \sigma_B t (B - l - 2x) \quad (1)$$

$$P_c e = \sigma_B t (B - l - x) x \quad (2)$$

здесь:  $B$  и  $t$  – соответственно ширина, и толщина компактного образца;  $l$  – длина трещины; « $x$ » – расстояние до нейтральной оси; « $e$ » – эксцентриситет, равный  $0.5(B + l)$ .

Из условия (1) следует, что предельное состояние материала с трещиной наступит в тот момент, когда растягивающая нагрузка  $P$  достигнет критической величины  $P_c$ , а напряжение  $\sigma_n^{(oc)}$  на границе опасной части [1] ослабленного трещиной сечения, площадью  $F^{(oc)} = t(B - l - 2x)$ , возрастет до пороговой величины  $\sigma_{n*}^{(oc)} \cong \sigma_B$ .

То есть:

$$\sigma_{n*}^{(oc)} \cong \sigma_B = \frac{P_c}{t(B - l - 2x)} = \frac{P_c}{F^{(oc)}} \quad (3)$$

Как видно из (3), для определения площади  $F^{(oc)}$  опасного сечения (ОС - сечение [1]) необходимо знать расстояние « $x$ » до нейтральной оси (рис.1).

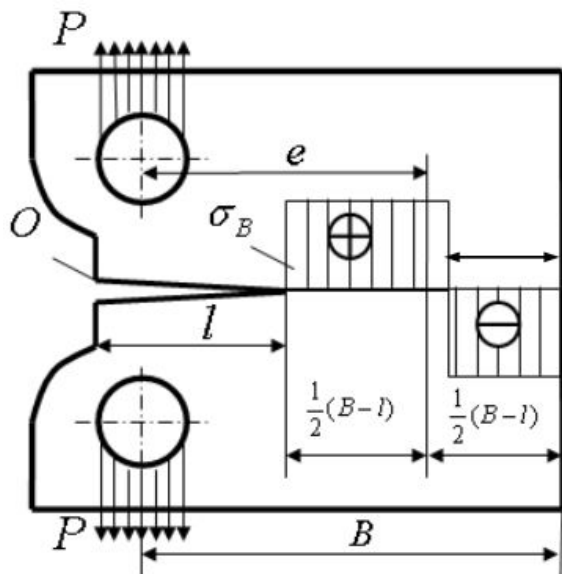


Рис.1 Распределение напряжений в нетто-сечении компактного образца в соответствии с моделью «пластический шарнир» (схема).

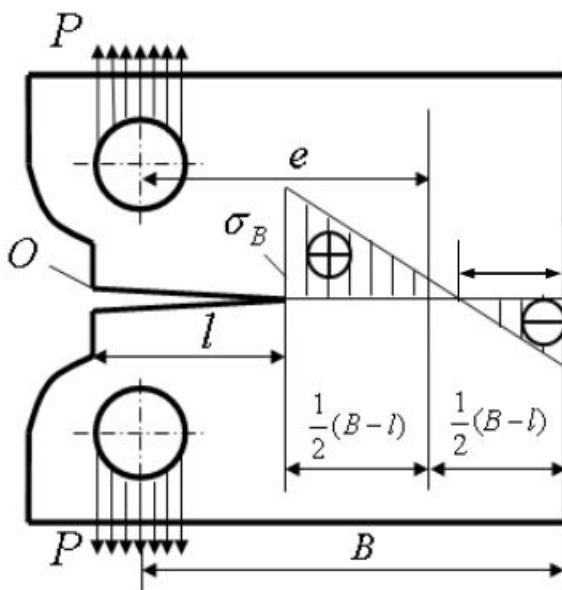


Рис.2 Модель упругого распределения напряжений в сечении с трещиной в соответствии с условием [3] (схема).

Решая совместно (1) и (2), получим уравнение для расчета параметра « $x$ »:

$$(B - x)^2 - 0.5(B^2 + l^2) = 0$$

Или:

$$x = B - \sqrt{0.5(B^2 + l^2)} \quad (4)$$

Величина  $(B - l - 2x)$  в соотношении (3), по сути, эквивалентна расстоянию  $r_i = r^{(oc)}$  от конца трещины (в направлении ее распространения) до той точки нетто-сечения, в которой к моменту завершения докритического подрастания трещины достигается пороговый уровень напряжения  $\sigma_{н*} \cong \sigma_B$  при нагрузке  $P_c$ . Эта точка, удаленная на  $r^{(oc)}$  от конца трещины, соответствует границе, разделяющей ОС-сечение от остальной, менее напряженной, части нетто-сечения (рис.3÷5).

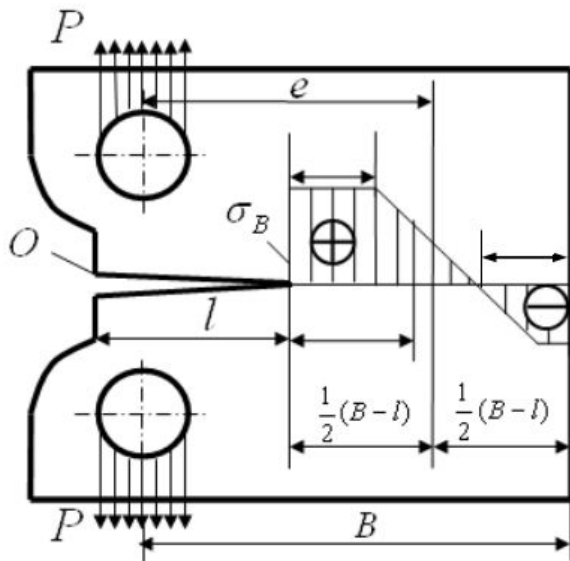


Рис.3 Модель упруго-пластического распределения напряжений в сечении с трещиной компактного образца при эксцентриситете нагрузки (схема).

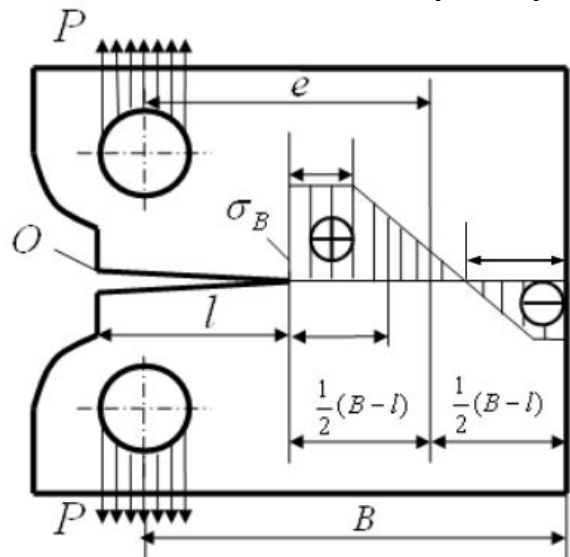


Рис.4 Модель распределения напряжений в сечении с трещиной образца ВР при квазиупругом поведении материала (предложена Сапрыкиным Ю.В [1]).

Из анализа (3) ясно, что при одной и той же разрушающей нагрузке  $P_c$  и длине трещины ( $l = \text{const}$ ) по мере удаления от конца трещины, т.е. при увеличении расстояния  $r_i$  и переходе за пределы ОС-сечения (при  $r_i > r^{(oc)}$ ), напряжение  $\sigma_{hi}$  должно уменьшаться. С учетом этого, уравнение (3) можно преобразовать к виду:

$$\sigma_{hi} = \frac{P_c}{t(B-l-2x+\Delta)} = \frac{P_c}{tr_i} \quad (5)$$

где:  $r_i$  – расстояние от конца трещины до точки «i» нетто-сечения, в которой при нагрузке  $P_c$  величина напряжения соответствует  $\sigma_{hi}$ ; ( $r_i \geq r^{(oc)}$ );  $\Delta$  – расстояние между точками, удаленными на  $r_i$  и  $r^{(oc)}$  от конца трещины (при  $r_i = r^{(oc)}$ ,  $\Delta = 0$ ).

Определив в соответствии с (3) и (5) параметры  $r^{(oc)} = (B-l-2x)$  при разных  $l$ , отвечающих интервалу относительно больших длин трещин ( $0,4 \leq l/B \leq 0,7$ ;  $B = \text{const}$ ), можно установить, что  $r_{y.n.}^{(oc)} < 0,5(B-l)$ , т.е. распределение напряжений в нетто-сечении при  $l/B > 0,4$  (рис.3) не

соответствует модели «пластического шарнира» (рис.1), а является промежуточным вариантом между «пластическим шарниром» и моделью упругого распределения напряжений (рис.2).

Однако, эта промежуточная модель (назовем ее моделью упругопластического распределения напряжений, рис.3) несколько отличается от модели квазиупругого распределения напряжений (рис.4) [1]. Причем основное отличие заключается в том, что при квазиупругой модели ОС-сечение имеет меньшую протяженность  $r_{к.у.}^{(ос)}$  в направлении трещины (т.е.  $r_{к.у.}^{(ос)} < r_{у.п.}^{(ос)}$ , рис.3 и 4).

Для расчета размера  $r_{к.у.}^{(ос)}$  ОС-сечения при квазиупругом распределении напряжений была применена (в первом приближении) известная формула (6) [3]:

$$P_c = 0.5\sigma_B t(B-l)^2 / (2B+l) \quad (6)$$

Или:

$$\sigma_{н*}^{(ос)} \cong \sigma_B = \frac{P_c}{F^{(ос)}} = \frac{P_c}{t \cdot 0.5(B-l)^2 / (2B+l)} \quad (6')$$

здесь  $\sigma_{н*}^{(ос)}$  – пороговое нетто-напряжение на расстоянии  $r_{к.у.}^{(ос)}$  от вершины трещины, т.е. на границе ОС-сечения;  $F^{(ос)} = r_{к.у.}^{(ос)} t$  – площадь опасного сечения.

Так же как и  $(B-l-2x) = r_{у.п.}^{(ос)}$  в (3), величина выражения  $0.5(B-l)^2 / (2B+l)$  в (6) соответствует (но только в первом приближении) размеру  $r_{к.у.}^{(ос)}$  ОС-сечения, который не всегда совпадает с экспериментальным  $r_{к.у.*}^{(ос)}$  [4].

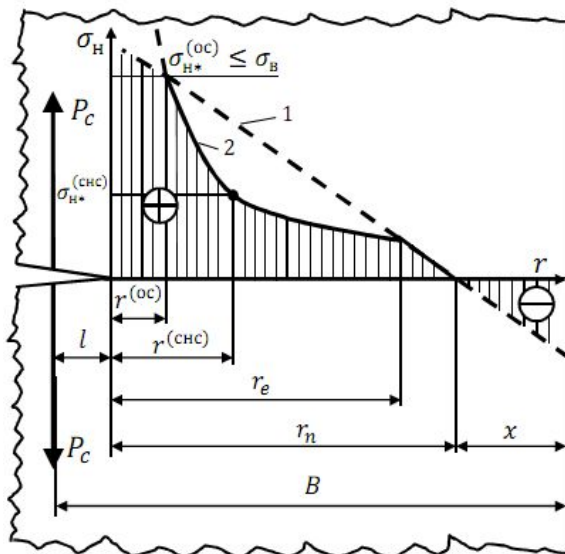


Рис.5 Схема распределения напряжений в сечении компактного образца с относительно большими трещинами  $l/B > 0,4$  при внецентренном растяжении: 1 – гипотетическое (модельное) распределение напряжений [6]; 2 – расчетное распределение напряжений установленное по уравнению (12);  $r_{(ос)}$  и  $r_{(снс)}$  – расстояния от конца трещины до границ ОС и СНС-сечений соответственно;  $r_{(снс)} = k_B[0,5(B-l)]$  [4];  $r_e$  – тоже, до точки отсчета эксцентриситета нагрузки;  $r_n$  – тоже, до нейтральной оси;  $x$  – расстояние от нейтральной оси до края образца;  $\sigma_{н*}^{(ос)}$  и  $\sigma_{н*}^{(снс)}$  – критические напряжения на границах ОС и СНС-сечений соответственно.

Сопоставление расчетных значений параметров  $r_{к.у.}^{(ос)}$  и  $r_{у.п.}^{(ос)}$  для геометрически подобных образцов позволило установить, что  $r_{к.у.}^{(ос)} / r_{у.п.}^{(ос)} \cong 0,6$ . Постоянство соотношения этих параметров, а так же подобие моделей (рис.3 и 4) (при условии постоянства числа «0,6»), могло бы позволить

использовать уравнение (5) для расчета  $\sigma_{нi}$  на разных расстояниях  $r_i \geq r_{к.у.}^{(ос)}$  от конца трещины и при квазиупругом распределении напряжений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{нi} \cong \frac{P_c}{[0,6(B-l-2x)+\Delta]t} = \frac{P_c}{tr_i} \\ \text{или:} \\ \sigma_{нi} \cong \frac{P_c}{[0,5((B-l)^2/(2B+l))+\Delta]t} = \frac{P_c}{tr_i} \end{array} \right\} \quad (7)$$

здесь:  $\Delta$  – расстояние между двумя точками, одна из которых удалена на  $r_i$ , а другая на  $r_{к.у.}^{(ос)}$  от конца трещины;  $r_{к.у.}^{(ос)}$  – размер «ОС»-сечения, равный  $0,6(B-l-2x)$  или  $0,5((B-l)^2/(2B+l))$ ;  $x$  – расстояние до нейтральной оси (4).

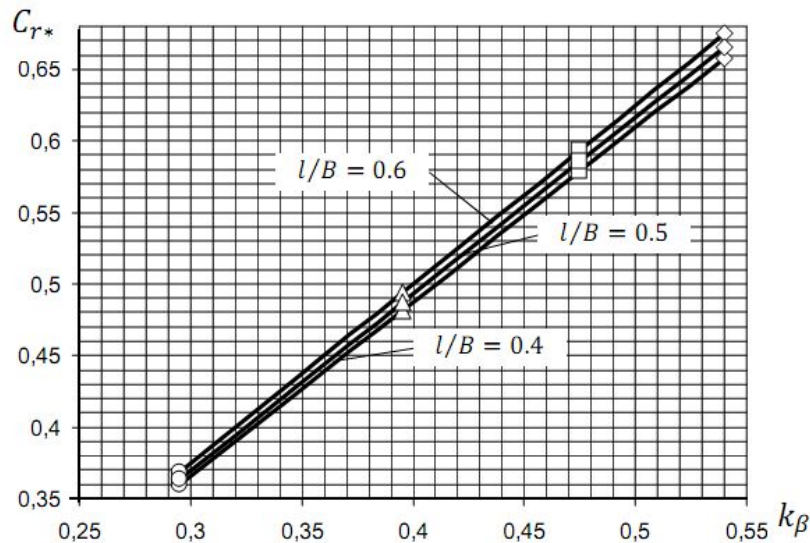


Рис.6 Зависимость  $C_{r*}$  от  $k_{\beta}$  для разных сталей, размеров образцов и относительных длин трещин ( $l/B = 0,4 \div 0,6$ ).

Однако, как показано в работе [3], число «0,5» при  $\sigma_B$  в уравнении (6) не постоянно и может изменяться с изменением уровня прочности материала, размеров  $B$  и  $t$  образцов и их соотношения ( $t/B$ ). Это обуславливает непостоянство числа «0,6» в (7), а также расхождение между расчетным  $r_{к.у.}^{(ос)}$  и экспериментальным  $r_{к.у.*}^{(ос)}$  размерами ОС-сечения. Последнее может быть учтено безразмерным коэффициентом  $k_{\beta}$  [4]:

$$k_{\beta} = r_{к.у.*}^{(ос)} / 2r_{к.у.}^{(ос)} \quad (8)$$

Как видно из (8), только при  $r_{к.у.*}^{(ос)} = r_{к.у.}^{(ос)}$  величина  $k_{\beta}$  соответствует числу «0,5» в соотношении (6') [3]; в котором выражение  $0,5(B-l)^2/(2B+l)$ , определяет расчетную величину параметра  $r_{к.у.}^{(ос)}$ . При  $r_{к.у.*}^{(ос)} \neq r_{к.у.}^{(ос)}$ :  $k_{\beta} \neq 0,5$  (см. таблицу). Ранее в работе [4] для корректировки расчетной величины разрушающей нагрузки ( $P_c$  по экспериментальной величине  $P_{c*}$ ) был введен безразмерный коэффициент  $\lambda = P_{c*}/2P_c$ .

С учетом корректирующих коэффициентов  $k_{\beta}$  и  $\lambda$  уравнение (6) можно представить так:

$$P_{c*} = \lambda \sigma_B t (B-l)^2 / (2B+l) \quad (9)$$

и:

$$\sigma_{н}^{(ос)} = \frac{P_{c*}}{[k_{\beta} ((B-l)^2/(2B+l))]t} \quad (10)$$

Как показали результаты исследований, выполненных на образцах разных размеров из сталей разного структурного класса и уровня прочности ( $\sigma_B = 423 \text{ МПа} \div 962 \text{ МПа}$ ) значения  $\lambda$  и

$k_B$  могут изменяться в широких интервалах с близкими границами:  $0,585 \geq \lambda \geq 0,30$  и  $0,59 \geq k_B \geq 0,33$ . Однако, значения  $\lambda$  не всегда совпадают с  $k_B$  и при относительно больших «В» и  $\sigma_B - k_B > \lambda$  (см. таблицу).

В тех случаях, когда  $k_B$  превышает  $\lambda$  пороговая величина разрушающего нетто-напряжения  $\sigma_{н*}^{(oc)}$  на границе ОС-сечения оказывается меньше  $\sigma_B$  [1]. Это следует из совместного решения уравнений (9) и (10):

$$\sigma_{н*}^{(oc)} = \frac{\lambda \sigma_B}{k_B} \quad (11)$$

Таблица

Сопоставление параметров  $k_B$ ,  $\lambda$  и  $C_{r*}$  сталей разного уровня прочности и разных размеров образцов.

| Стали     | $\sigma_B$<br>МПа | В<br>мм | $k_B$ | $\lambda$ | $C_{r*}$<br>при $l/B = 0,5$ |
|-----------|-------------------|---------|-------|-----------|-----------------------------|
| 20        | 423               | 80      | 0,54  | 0,48      | 0,67                        |
|           |                   | 40      | 0,59  | 0,58      | 0,72                        |
| 06Г2АФ    | 60                | 80      | 0,48  | 0,42      | 0,585                       |
|           |                   | 40      | 0,52  | 0,51      | 0,635                       |
| 14Х2ГМРЮЧ | 96,2              | 80      | 0,40  | 0,33      | 0,487                       |
|           |                   | 40      | 0,44  | 0,41      | 0,545                       |
| 40ХН2СВА  | 190               | 80      | 0,32  | 0,24      | 0,394                       |
|           |                   | 40      | 0,35  | 0,3       | 0,431                       |

Теперь обратимся вновь к уравнениям (5) и (7) и рассмотрим возможность их применения для определения протяженности  $r_{к.у.}^{(oc)}$  ОС-сечения (в направлении трещины) при квазиупругом поведении материала. Естественно, этот вопрос сводится, по-существу, к установлению (при разных  $\sigma_B$ , В и  $l/B$ ) соотношений величин двух параметров:  $r_{к.у.*}^{(oc)}$  и  $r_{у.п.}^{(oc)}$ . Пусть  $r_{к.у.*}^{(oc)} / r_{у.п.}^{(oc)} = C_{r*}$ . Тогда в общем виде уравнение (7), применительно к «квазиупругой» модели распределения напряжений, можно представить так:

$$\sigma_{нi} = \frac{P_{C*}}{[C_{r*}(B-l-2x)+\Delta]z} \quad (12)$$

здесь безразмерное число  $C_{r*}$  зависит от уровня прочности стали и размеров образцов.

Эта зависимость обусловлена, прежде всего, зависимостью коэффициента  $k_B$  от параметров  $\sigma_B$ , «В» и «l». В этой связи представляет интерес корреляция величин коэффициентов  $k_B$  и  $C_{r*}$ , графическая интерпретация которой представлена на рис.6. Видно, что взаимосвязь этих параметров имеет прямолинейный характер, не зависит от размера образца (В), проявляя очень слабую чувствительность к относительным длинам трещин в интервале  $0,4 \leq l/B \leq 0,6$ .

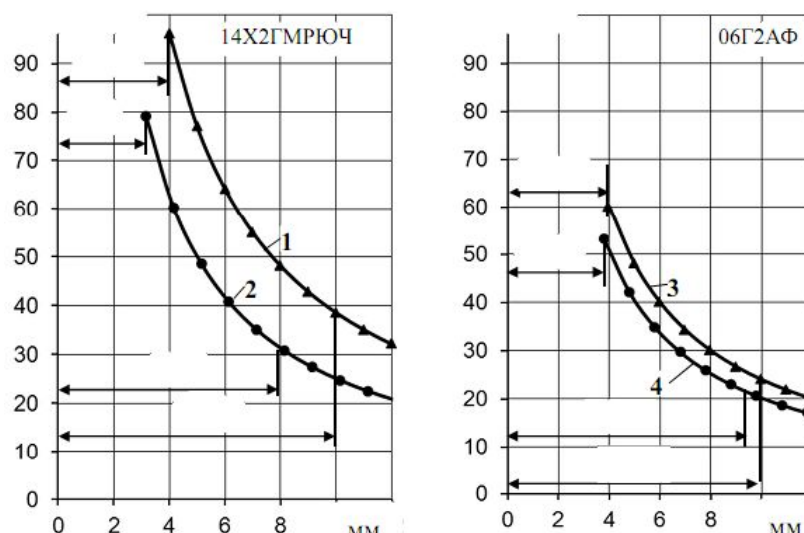


**Рис.7 Распределение нетто-напряжений  $\sigma_{hi}$  на разных расстояниях  $r_i$  от вершины трещины ( $l/B = 0,5$ ), в ослабленных сечениях компактных образцов ( $B = 80$  мм) из сталей 14X2ГМРЮЧ (1, 2) и 06Г2АФ (3, 4) при внецентренном растяжении: 1, 3 – установлено по стандартной формуле (6, 6'); 2, 4 – по приведенной формуле (12);  $r_i^{(oc)}$  и  $r_i^{(chc)}$  – соответственно размеры опасного и сильно-напряженного сечений.**

На рис.7 представлены установленные по формулам (6 и 12) эпюры распределения напряжений  $\sigma_{hi}$  (за пределами ОС-сечений) в компактных образцах ( $B = 80$  мм) из сталей 06Г2АФ и 14X2ГМРЮЧ с трещинами одинаковых исходных длин ( $l/B = 0,5$ ). Пороговые значения  $\sigma_{hi}^{(oc)}$  на расстояниях  $r_i^{(oc)}$  от вершин трещин (на границах ОС-сечений образцов) были определены расчетно-эмпирическим путем.

Видно (рис.7), что для обеих сталей зависимости  $\sigma_{hi} = f(r_i)$  установленные по формуле (12) располагаются ниже (см. кривые 2 и 4) таковых, установленных по стандартной формуле (6) (см. кривые 1 и 3), что свидетельствует о более строгой оценке напряженно-деформированного состояния (с использованием формулы (12)) в ослабленном трещиной сечении к моменту достижения критического состояния.

На рис.7 обозначены размеры опасных ( $r_i^{(oc)}$ ) и сильно напряженных ( $r_i^{(chc)}$ ) частей ослабленных сечений компактных образцов с трещинами. Как видно, по форме кривых 1-4 (рис.7) не всегда возможно визуально установить границы, разделяющие сильно напряженные (СНС) и слабо напряженные части нетто-сечения размеры которых ( $r_i^{(chc)}$ ) совпадали бы с установленными другим способом [4]. Понимая, что при относительно больших длинах трещин ( $l/B \geq 0,4$ ) размеры ( $r_i^{(chc)}$ ) СНС-сечений имеет важное значение в расчетах на прочность, авторы планируют продолжать исследование в этом направлении с целью изыскания способа установления параметров  $r_i^{(chc)}$  по расчетным кривым распределения напряжений  $\sigma_{hi} = f(r_i)$  (рис.7).

### Литература

1. Сапрыкин Ю.В. Диаграммы конструкционной прочности при совмещенном осевом и внецентренном растяжении//Известия КГТУ им. И.Раззакова. 2011. №22 С. 11-14.
  2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Учебник для ВУЗов, М.: 1960г., 536с.
  3. ГОСТ 25.506-85. Определение характеристик трещиностойкости при статическом нагружении. М.: Изд. Стандартов. 1985.
- Дуйшеналиев Т.Б., Кулаков В.С., Сапрыкин Ю.В., Костин В.В. Построение диаграммы предельного состояния упругопластического материала с трещинами разных длин при совмещенном осевом и внецентренном растяжении//Труды Международной конференции «Рахматулинские чтения», Бишкек, 2011г., С. 219-224.